Force électrique de Coulomb et champ électrique avec exercices sur vecteurs, Coulomb et E

Condensé de la théorie nécessaire

Magnitude de la force électrique entre deux charges

Charles-Augustin de Coulomb, un officier de l'armée française qui était également ingénieur a étudié la force entre charges électriques au siècle XVIII. Il a constaté que la force entre deux objets chargés (appelée force électrostatique) est proportionnelle à la charge électrique de chacun des objets et inversement proportionnelle à la distance au carré entre les deux objets. La figure 1 illustre les deux objets.

FIGURE 1. DEUX OBJETS CHARGÉS ÉLECTRIQUEMENT. L'UTILISATION DE DEUX COULEURS DIFFÉRENTES INDIQUE QU'IL S'AGIT DE CHARGES DE SIGNES DIFFÉRENTS. SI LES CHARGES ÉTAIENT DU MÊME SIGNE, ELLES SE REPOUSSERAIENT.

Si les deux objets sont chargés avec des charges du même signe, la direction de la force est telle que les objets se repoussent. Si les charges sont de signes opposés, elles s'attirent.

Les observations individuelles concernant la quantité de charge dans chaque objet et la distance peuvent s'écrire comme suit :

Force proportionnelle à la quantité de charge dans un des objets :

$$F \propto Q_1 \qquad (1)$$

Force proportionnelle à la quantité de charge dans l'autre objet :

$$F \propto Q_2 \qquad (2)$$

Force inversement proportionnelle à la distance au carré entre les objets :

$$F \propto \frac{1}{d^2} \qquad (3)$$

Les trois relations de proportionnalité peuvent être écrites dans une seule équation :

$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{d^2} \qquad (4)$$

Effectuant des mesures très précises, Coulomb a réussi à trouver la constant de proportionnalité k qui permet d'écrire l'égalité suivante :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \qquad (5)$$

On peut donc écrire la magnitude de la force électrique entre deux charges

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{d^2} \qquad (6)$$

La constante k peut être calculée en utilisant la valeur de ϵ_0,
8.85 x10^{-12} N $m^2 C^{-2}$.
La constante ϵ_0 est appelée la permittivité du vide.

Si toutes les grandeurs dans l'équation (6) sont données en MKS, la force F résultante est mesurée en Newton.

Forme vectorielle de la force électrique entre deux charges

La force telle que nous l'avons écrite à l'équation (6) est seulement un chiffre, c'est à dire. une quantité scalaire. Mais la force à, en plus de sa magnitude, une direction. Nous pouvons écrire la force incluant la direction si nous utilisons des vecteurs. La forme vectorielle de la force entre deux charges est donnée par

$$\overrightarrow{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{d^2}\overrightarrow{a}_u \qquad (7)$$

Dans l'équation (7), $\overrightarrow{a}_u$ est un vecteur unitaire qui va vers la charge sur laquelle nous voulons calculer la force.

Linéarité de la formule de Coulomb pour le calcul de la force électrique

La formule de Coulomb de l'équation (7) implique seulement deux charges. Que se passe-t-il si le nombre de charges est plus grand que 2. En d'autres mots, comment peut-on calculer la force causée par plusieurs charges ? Heureusement, la formule de Coulomb s'avère être linéale. La force due à plusieurs charges est égale à la somme des forces individuelles produites par chacune des charges :

$$\overrightarrow{F}_{total} = \sum_i \overrightarrow{F}_i \qquad (8)$$

Champ électrique

Au lieu de calculer la force électrique sur une charge spécifique, c'est souvent plus efficace de calculer d'abord la force par unité de charge (par Coulomb donc), et de multiplier cette force par le nombre de Coulombs de la charge réelle. La force par unité de charge est appelée le champ électrique, représenté par la lettre $\overrightarrow{E}$. Nous pouvons écrire une expression pour le champ électrique dû à une charge ponctuelle en divisant l'équation (7) par l'une des charges. Le résultat est :

$$\overrightarrow{E} = k\frac{Q}{d^2}\overrightarrow{a}_u \qquad (9)$$

Comme dans le cas de l'équation de la force de Coulomb, le champ électrique est aussi linéaire, c'est à dire que le champ électrique E du à plusieurs charges est égale à la somme des champs électriques dus aux charges individuelles:

$$\overrightarrow{E}_{total} = \sum_i \overrightarrow{E}_i \qquad (10)$$

Une fois le champ électrique calculé, la force peut être calculée en le multipliant par la charge :

$$\overrightarrow{F} = Q\overrightarrow{E} \qquad (11)$$

Potentiel électrique

Le potentiel électrique est une quantité utilisée pour mesurer l'énergie potentielle électrostatique d'un point dans l'espace. Physiquement, c'est la quantité d'énergie nécessaire pour transporter, à vitesse constante, une charge de valeur 1 C depuis l'infini jusqu'au point P en question. Ce concept est illustré à la figure 2.

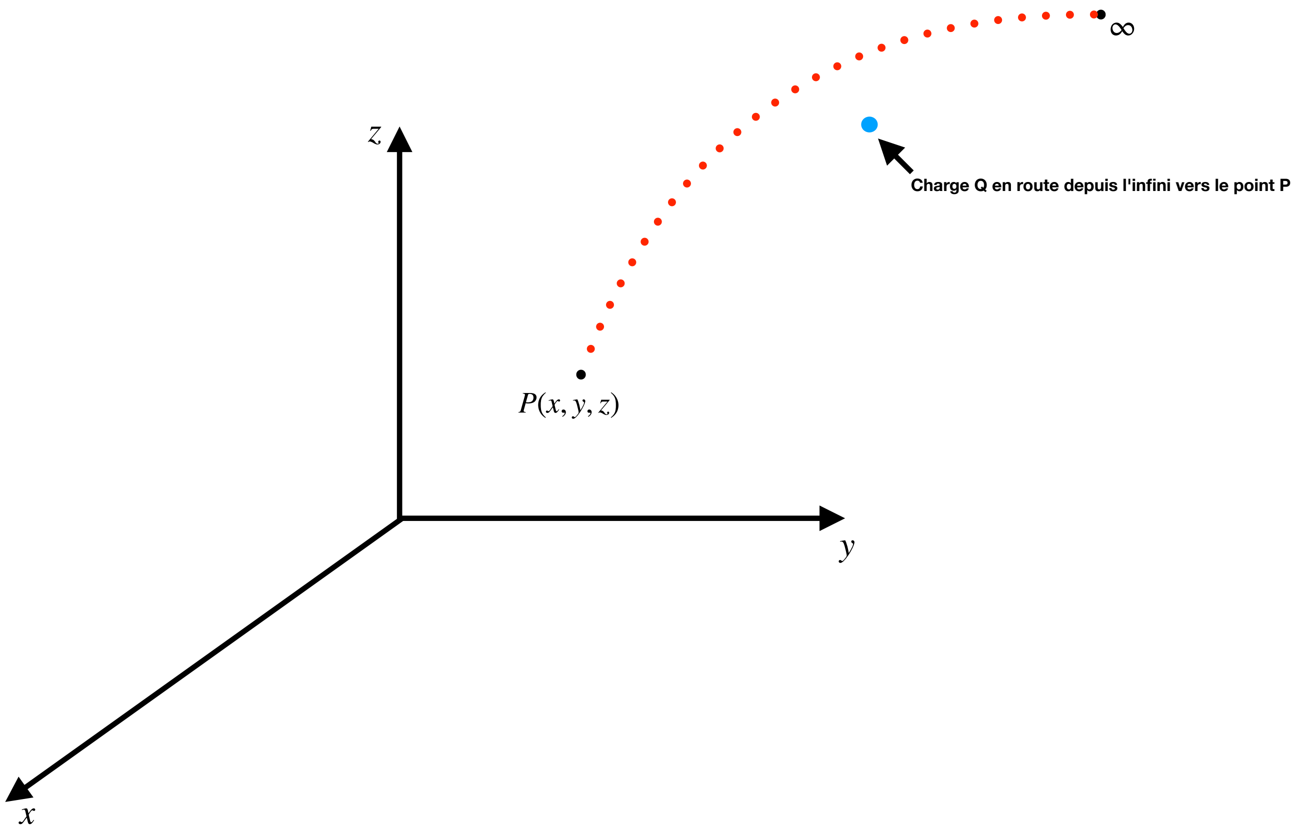


FIGURE 2. DÉFINITION DU POTENTIEL ÉLECTROSTATIQUE PAR RAPPORT À L'INFINI.

Le potentiel électrique V dû à une charge Q est une quantité scalaire donné par l'équation suivante

$$V = k\frac{Q}{d} \qquad (12)$$

oú d est la distance entre la charge Q et le point où l'on est en train de calculer le potentiel électrique.
On peut voir de la définition et de l'équation (12) que le potentiel électrique n'est pas un vecteur mais un scalaire, c'est donc juste un chiffre. L'unité de potentiel électrique est le Volt. Ce concept, qui peut sembler un peu obscure au premier

abord, est très important et son utilisation est très répandue. Vous l'utilisez au quotidien quand vous faites usage des prises électriques pour alimenter, par exemple, votre ordinateur ou pour charger votre téléphone.

Lorsque l'on parle de potentiel, on parle en fait d'une différence entre les potentiels de deux points. La formule (12) nous donne la différence de potentiel entre un point à l'infini et le point qui se trouve à une distance d de la charge Q.

Le potentiel est aussi une quantité linéaire. Le potentiel total dû à des charges multiples peut être calculé comme la somme des potentiels de chacune des charges :

$$V_{total} = \sum_{i} V_i \qquad (13)$$

Exercices

Pour les exercices suivants, c’est nécessaire de connaître les vecteurs. Si vous avez besoin d’aide, n’hésitez pas à consulter avec le personnel enseignant.

1. Quelles sont les composantes d’un vecteur dont le point de départ est (15, -13) et le point d’arrivée est (15, 12).

2. Calculez la norme du vecteur qui résulte de la somme des vecteurs $\overrightarrow{u} = (4, 0)$ et $\overrightarrow{v} = (0, 3)$

3. Calculez l'angle entre les deux vecteurs suivants : $\overrightarrow{u} = (0.866, 0.5)$ et $\overrightarrow{v} = (3, 0)$

4. Quelles sont les unités de :

   a) La charge
   b) La force de Coulomb
   c) Le champ électrique

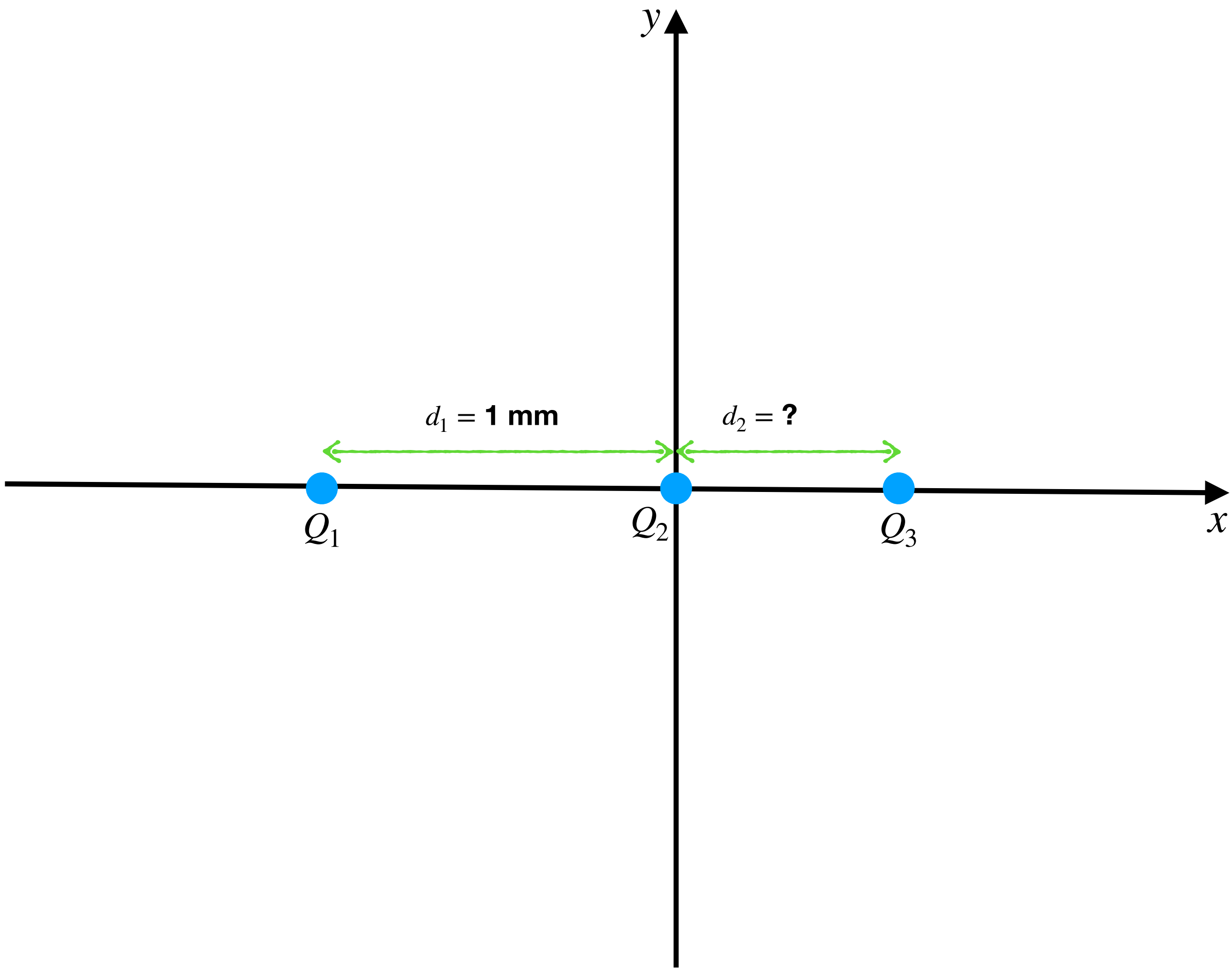
5. Écrivez l'équation de la force de Coulomb entre deux chargés ponctuelles.

6. Écrivez l'équation qui permet de calculer le champ électrique dû une charge ponctuelle.

7. Une charge électrique $Q_1 = 1$ C se trouve à une distance de 2 cm d'une autre charge $Q_2 = 1$ C.
   d) Quelle est la magnitude de la force entre elles?
   e) Les charges s'attirent-elles ou se repoussent-elles ?

8. Considérez trois charges $Q_1 = 2$ nC, $Q_2 =$ -1 nC et $Q_3 = 1$ nC. Leurs positions dans un système de coordonnées Cartésiennes sont respectivement $P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (-1, 0, 0)$ et $P_3 = (0, 0, 1)$. Calculez la force sur la charge Q_1.

9. Trois charges $Q_1 = 1\ \mu C$, $Q_2 =$ -1000 μC et $Q_3 = 2\ \mu C$ se trouvent aux positions illustrées à la figure ci-dessous.



À quelle distance doit-on placer la charge Q_3 pour que la force sur Q_2 soit nulle ?

10. Calculez le champ électrique au point (-3, 4) dû à une charge $Q = 2\ \mu C$ placée à l'origine du système de coordonnées.

11. Calculez le champ électrique de l'exercice précédant mais à un point général qui se trouve sur l'axe y.

12. Une ligne de charge dont la densité linéique de charge est $\lambda_l = 1\ \mu C/m$ est placée horizontalement de telle manière que son extrémité gauche se trouve à (-1, 0) et son extrémité droite se trouve à (1, 0).
    a) Dessinez la géométrie du problème
    b) Calculez le champ électrique au point (0, -1)

13. Considérez une charge électrique de 1 C dans un plan Cartésien à la position (-1, 1).

a) Calculez le potentiel électrique à l'origine du système de coordonnées.

b) Le potentiel est en fait toujours une différence de potentiel entre deux points. Le potentiel que vous venez de calculer est aussi la différence entre le potentiel au point (0, 0) et le potentiel à un point de référence. Où est le point de référence dans ce cas-ci?

14. Considérez trois charges $Q_1 = 2$ nC, $Q_2 =$ -1 nC et $Q_3 = 1$ nC. Leurs positions dans un système de coordonnées Cartésiennes sont respectivement $P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (-1, 0, 0)$ et $P_3 = (0, 0, 1)$. Calculez le potentiel électrique dû à ces trois charges au point $P_4 = (1, 1, 1)$.

15. Calculez le potentiel électrique au point P de la figure ci-dessous.