heig-vd
Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion
du Canton de Vaud

Contrôle d’erreurs

Partie 3

Objectifs

- Savoir citer les avantages des codes polynomiaux
- A partir d'un polynôme générateur $G(x)$ donné, être capable de calculer des mots de code
- A partir d'un polynôme générateur $G(x)$ donné, être capable de détecter des erreurs sur une trame
- Connaître l'efficacité des codes polynomiaux, selon les critères d'efficacité d'un code détecteur

Codes polynomiaux

- Avantages:
  - Permettent de contrôler des mots d’une longueur variable
  - Réalisation simple et efficace en matériel
  - Très bonnes capacités de détection d’erreurs

Codes polynomiaux

- Un bloc de m bits est vu comme un polynôme $M(x)$ de degré $m \; - 1$ avec des coefficients binaires

$$110011 \; \rightarrow M(x) = x^5 + x^4 + x^0 1$$

- Tous les mots de code, représentés par des polynômes $T(x)$, sont des multiples d'un polynôme générateur $G(x)$

- Autrement dit, un mot de code correspond à un polynôme $T(x)$ de degré $m \; - 1 + r$ avec $T(x) \, mod \; G(x) \; = 0$

Calcul d'un mot de code

1. Ajouter r zéros après le bit de poids faible du bloc. Il contient ainsi $m + r$ bits, correspondant au polynôme $x^r M(x)$ appelé $T(x)$.
2. Division modulo 2 du polynôme $T(x)$par $G(x)$.
3. Soustraire modulo 2 le reste de la division de la chaîne de bits correspondant au polynôme $T(x)$.
4. Le résultat de cette opération est la trame à transmettre.

Détection d’erreur

- Le récepteur calcule $\frac{T(x)}{G(x)}$
- Il accepte la trame comme correcte si le reste est égal à 0
- En cas d’erreurs bits, la trame reçue correspond à un polynôme $T'(x) = T(x) + E(x)$
- Une erreur est détectée si le reste de $\frac{E(x)}{G(x)}$ n’est pas nul

Codes polynomiaux: efficacité

- Toute **erreur simple** est détectée si le polynôme générateur $G(x)$ comporte plus d'un coefficient non nul
- Les **erreurs doubles** sont toutes détectées si le polynôme générateur $G(x)$ ne divise pas $x^k + 1$, où k peut prendre n'importe quelle valeur comprise entre 1 et $n - 1$
- Une **erreur comportant un nombre impair d'erreurs** est détectée si le polynôme générateur comporte $(x + 1)$ en facteur

Codes polynomiaux: efficacité

- Toutes les **rafales d'erreurs de longueur r** sont détectées pour un polynôme générateur $G(x)$ de degré r
- Les **rafales d'erreurs d'une longueur supérieure à *r*** sont détectées avec un probabilité de $1 - (\frac{1}{2^{r-1}})$

Polynômes générateurs normalisés

- CRC-12: $x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x^1 + 1$
- CRC-16: $x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$
- CRC-CCITT: $x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$
- CRC-32: $x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x^1 + 1$
- Le CRC-32 est utilisé pour Ethernet:
  - Détecte toutes les rafales d'erreurs de 32 bits
  - Probabilité qu'une rafale plus longue ne soit pas détectée:

$$P = 4.6 \cdot 10^{-10}$$