OSER – Série 3 – Corrigé

Contrôle d’erreurs partie 3

Codes polynomiaux

1. Soit un générateur $G(x) = x^3 + x + 1$. Calculer les trames à transmettre à partir des données ci-dessous :

$$G(x) = 1011$$

   a. 1001

   $M(x) = x^3 + x^0$
   $m = 4; \quad 4 + 3 + 1 = 2^3; \quad r = 3$
   $T(x) = 1001000$
   $T(x) = 110 \; mod \; G(x)$
   Trame à transmettre : **1001110**

   b. 1110101

   $M(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x^0$
   $m = 7; \quad 7 + 4 + 1 < 2^4; \quad r = 4$
   $T(x) = 11101010000$
   $T(x) = 110 \; mod \; G(x)$
   Trame à transmettre : **11101010110**

   c. 1101001101
   $M(x) = x^9 + x^8 + x^6 + x^3 + x^2 + x^0$
   $m = 10; \quad 10 + 4 + 1 < 2^4; \quad r = 4$
   $T(x) = 11010011010000$
   $T(x) = 11 \; mod \; G(x)$
   Trame à transmettre : **11010011010011**

2. Soit un générateur $G(x) = x^5 + x^2 + 1$. Pour les trames suivantes (reçues), dire si elles contiennent ou non des erreurs :

$$G(x) = 100101$$

   a. 1011100001
   $T(x) \; mod \; G(x) = 0$
   Pas d’erreur

   b. 10100110011
   $T(x) \; mod \; G(x) = 1010$
   Erreur

   c. 100011011001
   $T(x) \; mod \; G(x) = 0$
   Pas d’erreur

3. Le générateur suivant a été utilisé pour transmettre des trames : $x^5 + x^4 + 1$.

    a. Peut-il détecter toutes les erreurs simples ?

    $Nombre\ de\ coefficients\ non\ nuls: 3$
    Oui

    b. Pour un mot de code de 8 bits, peut-il détecter toutes les erreurs doubles ?

    $n - 1 = 7$
    $x^5 + 1\ mod\ G(x) = x^4$
    $x^6 + 1\ mod\ G(x) = x^4 + x$
    $x^7 + 1\ mod\ G(x) = x^4 + x^2 + x$
    Oui

    c. Peut-il détecter un nombre impair d'erreurs ?

    $G(x)\ mod\ x + 1 = 1$
    Non

    d. Quelle longueur de rafale d'erreurs peut-il détecter avec certitude ?

    $Degré\ de\ G(x): 5$
    5 bits

    e. Quelle est la probabilité qu'il détecte un rafale plus longue ?

    $1 - \left(\frac{1}{2^{5-1}}\right) = 1 - (\frac{1}{16})$ = 0.9375

    93.75%

4. Le générateur suivant a été utilisé pour transmettre des trames : x^4.

    a. Peut-il détecter toutes les erreurs simples ?

    $Nombre\ de\ coefficients\ non\ nuls: 1$
    Non

    b. Pour un mot de code de 8 bits, peut-il détecter toutes les erreurs doubles ?

    $n - 1 = 7$
    $x^4 + 1\ mod\ G(x) = 1$
    $x^5 + 1\ mod\ G(x) = 1$
    $x^6 + 1\ mod\ G(x) = 1$
    $x^7 + 1\ mod\ G(x) = 1$
    Oui

c. Peut-il détecter un nombre impair d'erreurs ?

$G(x)\ mod\ x + 1 = 1$
Non

d. Quelle longueur de rafale d'erreurs peut-il détecter avec certitude ?

$Degré\ de\ G(x): 4$
4 bits

e. Quelle est la probabilité qu'il détecte un rafale plus longue ?

$1 - \left(\frac{1}{2^{4-1}}\right) = 1 - (\frac{1}{8})$ = 0.875

87.5%

5. Le générateur suivant a été utilisé pour transmettre des trames : $x^7 + x^3 + x + 1$.

a. Peut-il détecter toutes les erreurs simples ?

$Nombre\ de\ coefficients\ non\ nuls: 4$
Oui

b. Pour un mot de code de 8 bits, peut-il détecter toutes les erreurs doubles ?

$n - 1 = 7$
$x^7 + 1\ mod\ G(x) = x^3 + x$
Oui

c. Peut-il détecter un nombre impair d'erreurs ?

$G(x)\ mod\ x + 1 = 0$
Oui

d. Quelle longueur de rafale d'erreurs peut-il détecter avec certitude ?

$Degré\ de\ G(x): 7$
7 bits

e. Quelle est la probabilité qu'il détecte un rafale plus longue ?

$1 - \left(\frac{1}{2^{4-1}}\right) = 1 - (\frac{1}{8})$ = 0.984375

98.44%